Nom :	Dm	Classe : 1^{ere} STI	/20

<u>Exercice n° 1</u> : *Nombres complexes et géométrie.*

Dans plan complexe muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$), on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -2+2i\sqrt{3}$, $z_B = \left[4; -\frac{\pi}{3}\right]$ et $z_C = 8$.

1. Donner les formes trigonométriques des nombres complexes z_A et z_C.
2. Placer les points A, B et C dans le plan en utilisant leur forme trigonométrique *(laisser les traits de construction).*
3. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Déterminer une mesure des angles $\left(\vec{u} ; \overrightarrow{CA}\right)$ et $\left(\vec{u} ; \overrightarrow{CB}\right)$; la mesure de l'angle $\left(\vec{u} ; \overrightarrow{CA}\right)$ sera arrondi à 10^{-1} près. Déterminer ensuite une mesure arrondi à 10^{-1} près de l'angle $\left(\overrightarrow{CB} ; \overrightarrow{CA}\right)$.

<u>Exercice n° 2</u> : *Résolutions d'équations par changement de variable.*

1.a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue X : $2X^2+9X-5=0$
b) Déduire du a) la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $2\sin^2 2x+9\sin 2x-5=0$.
c) Déterminer les solutions de l'équations du 2° appartenant à l'intervalle [0 ; 2π].

2. Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$
a) Calculer P(–1) puis en déduire une factorisation de P(x).
b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation P(x) = 0.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\sin^3 x - \sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$.
d) En déduire les solutions de l'équation précédente sur l'intervalle [0 ; 2π].

<u>Exercice n° 3</u> : *Problème d'identification d'une fonction polynôme.*

<u>Enoncé</u> : Soit la fonction polynôme f définie sur [–2 ; 4] par $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ où a, b, c et d sont quatre constantes réelles.

Dans le plan muni d'un repère orthogonal , on note C_f la courbe représentative de la fonction f et A(–1;–3), B(0 ; 1) et C(3 ;1) trois points appartenants à C_f. De plus, on sait qu'au point d'abscisse 2 la tangente à C_f est parallèle à l'axe des abscisses.
<u>Question</u> : Donner le tableau de variation de f.
Aide : Votre travail consiste à définir l'expression de la fonction f c'est-à-dire à trouver les valeurs de a, b, c et d . Pour cela vous aurez à établir un système de 4 équations à 4 inconnus puis à le résoudre. Une fois la fonction définie il ne vous restera plus qu'à en étudier les variations.

<u>Exercice n° 4</u> : *Exemple de recherche de fonction.*

On considère la grue de chantier schématisée ci-dessous :

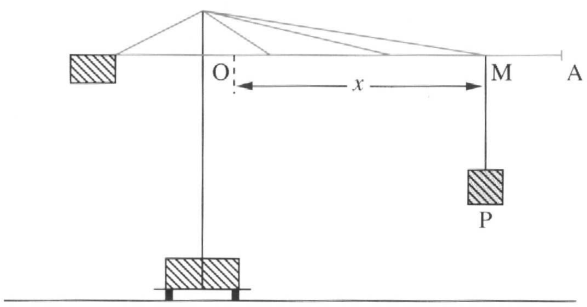

Fig. 74

On donne OA = 40 mètres et OM = x.
Lors de la livraison de chaque grue, la documentation fournie par le constructeur comporte un graphique indiquant la charge maximale P que peut soulever cette grue, en fonction de la longueur variable OM = x ($0 \leqslant x \leqslant 40$).
Le but de l'exercice est de reconstruire ce graphique, compte tenu des renseignements suivants :
Lorsque x reste inférieur ou égal à 12 mètres, la charge maximale P qui peut être soulevée est de 10 tonnes.
À partir de 12 mètres et jusqu'à 40 mètres la charge maximale P s'exprime en fonction de x définie par :

$$P = \frac{x+a}{bx+c}$$

où a, b et c sont des constantes caractéristiques de la grue.

1° a) On sait que pour :

x = 12 mètres on a P = 10 tonnes.
x = 20 mètres on a P = 8 tonnes.
x = 40 mètres on a P = 4 tonnes.

Montrer que a, b, et c vérifient le système d'équations :

$$(S)\begin{cases} a - 120b - 10c = -12 \\ a - 160b - 8c = -20 \\ a - 160b - 4c = -40 \end{cases}$$

b) Résoudre le système (S).

2° Étudier les variations de la fonction f définie sur l'intervalle I = [12, 40] par

$$f(x) = \frac{x-68}{-0{,}05x-5}.$$

3° Construire avec soin le graphique représentant la charge maximale P en fonction de x ($0 \leqslant x \leqslant 40$) dans un repère orthogonal (on prendra 1 cm pour 2 m sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 tonne sur l'axe des ordonnées).

4° En utilisant ce graphique, indiquer la charge maximale que l'on peut soulever à 28 m du point O.
Jusqu'à quelle distance du point O peut-on soulever 5,5 tonnes ?