Nom :	Prénom :	Classe :

DEVOIR SURVEILLE COMMUN DE MATHEMATIQUES

Les élèves peuvent traiter les exercices dans l'ordre de leur choix. La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1. *(5 points)*

Pour chacune de ces cinq affirmations, dites si elle est vraie ou fausse. Cochez la case correspondant à votre réponse. *(Barème : 1 point par réponse exacte, -0,5 point par réponse inexacte et 0 point en cas d'absence de réponse ; si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0)*

PROPOSITION	VRAIE	FAUSSE
Si $-4 \leq x \leq 8$ alors $16 \leq x^2 \leq 64$		
Si $x^2 \leq \frac{16}{25}$ alors $-\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{4}{5}$		
Si la courbe représentative d'une fonction f passe par les points $(-2 ; -7)$ $(1 ; -1)$ et $(2 ; 3)$ alors f est affine .		
Si $3 \leq x \leq 8$ alors $\frac{1}{8} \leq \frac{1}{x} \leq 0{,}33$		
Si $-\frac{5}{2} \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{4}{3}$ alors $-0{,}75 \leq x \leq -0{,}4$		

Exercice 2. *(6 points)*

Résoudre les inéquations suivantes :

a. $|x+1| < 5$. **b.** $4x^2 - (7x+1)^2 \leq 0$. **c.** $\frac{2x+1}{x-3} \quad 5$.

Exercice 3. *(5,5 points)*

1. Une compagnie de taxis (par respect pour la concurrence nous l'appellerons simplement « A ») propose à ses clients un tarif unique de 3,40 euros par kilomètre parcouru, auquel s'ajoute une prise en charge (somme fixe due par le client à chaque course, quelle que soit la distance parcourue) de 9 euros.

a) Définir la fonction p_A qui associe à la longueur x de la course (en kilomètres) le prix $p_A(x)$ de la course (en euros).

b) Représenter graphiquement la fonction p_A. On prendra en abscisse 1 cm pour 1 km, en ordonnée 1 cm pour 3 euros. Prévoir une page entière pour ce graphique.

2. La compagnie concurrente « B » propose quant à elle deux tarifs différents selon la longueur de la course :

- si la course fait moins de 10 km, la prise en charge est de 6 euros, le prix au kilomètre de 3,90 euros.
- si la course fait 10 km ou plus, la prise en charge est de 16 euros, le prix au kilomètre de 2,90 euros.

Définir et représenter, <u>sur le même graphique que p_A</u>, la fonction p_B qui associe à la longueur x de la course (en km) le prix $p_B(x)$ de la course (en euros) avec la compagnie B.

3. Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection des deux courbes obtenues précédemment. A l'aide du graphique préciser alors quelle est la compagnie la plus avantageuse pour le client selon le nombre de kilomètres qu'il souhaite parcourir.

Exercice 4. *(5,5 points)*

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle $[-5,5\,;6,5]$, par

$$f(x) = 2\,x^3 - \frac{7}{2}\,x^2 - 55\,x + 30$$

et dont le tableau des variations est donné ci-dessous :

x	$-5,5$		$-2,5$		$\frac{11}{3}$		$6,5$
f			$114,375$				$73,875$
		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
	$-106,125$				$f\left(\frac{11}{3}\right)$		

On admet que $f\left(\dfrac{11}{3}\right) \approx -120,130$.

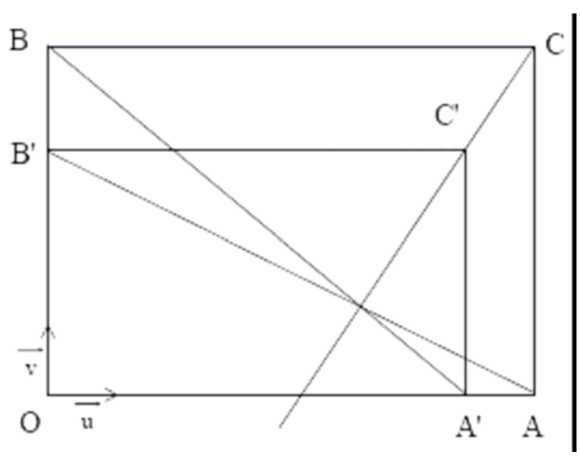
Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses, **1 mm** sur l'axe des ordonnées).

1. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant :

x	$-5,5$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	$6,5$
$f(x)$	$-106,125$	$-32,5$											6	$73,875$

2. Compléter la représentation graphique de la fonction f fournie en Annexe 1.
3. (a) Tracer la représentation graphique de la fonction g, définie sur l'intervalle $[-5,5\,;6,5]$, par
$$g(x) = -10\,x + 10$$
   (b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
   (c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$.

Exercice 5. *(6 points)*



Dans le dessin ci-contre, OACB et OA'C'B' sont des rectangles avec OA = 7 cm, OB = 5 cm, OA' = 6cm et OB' = 3,5 cm.

On constate que les droites (AB'), (A'B) et (CC') sont concourantes. Le but de cet exercice est de le démontrer.

Pour cela on considère un repère orthonormal (O ; ,), l'unité étant le centimètre (voir dessin).

1. Donner les coordonnées des points A, B, C, A', B' et C'.

2. Déterminer une équation de la droite (AB').

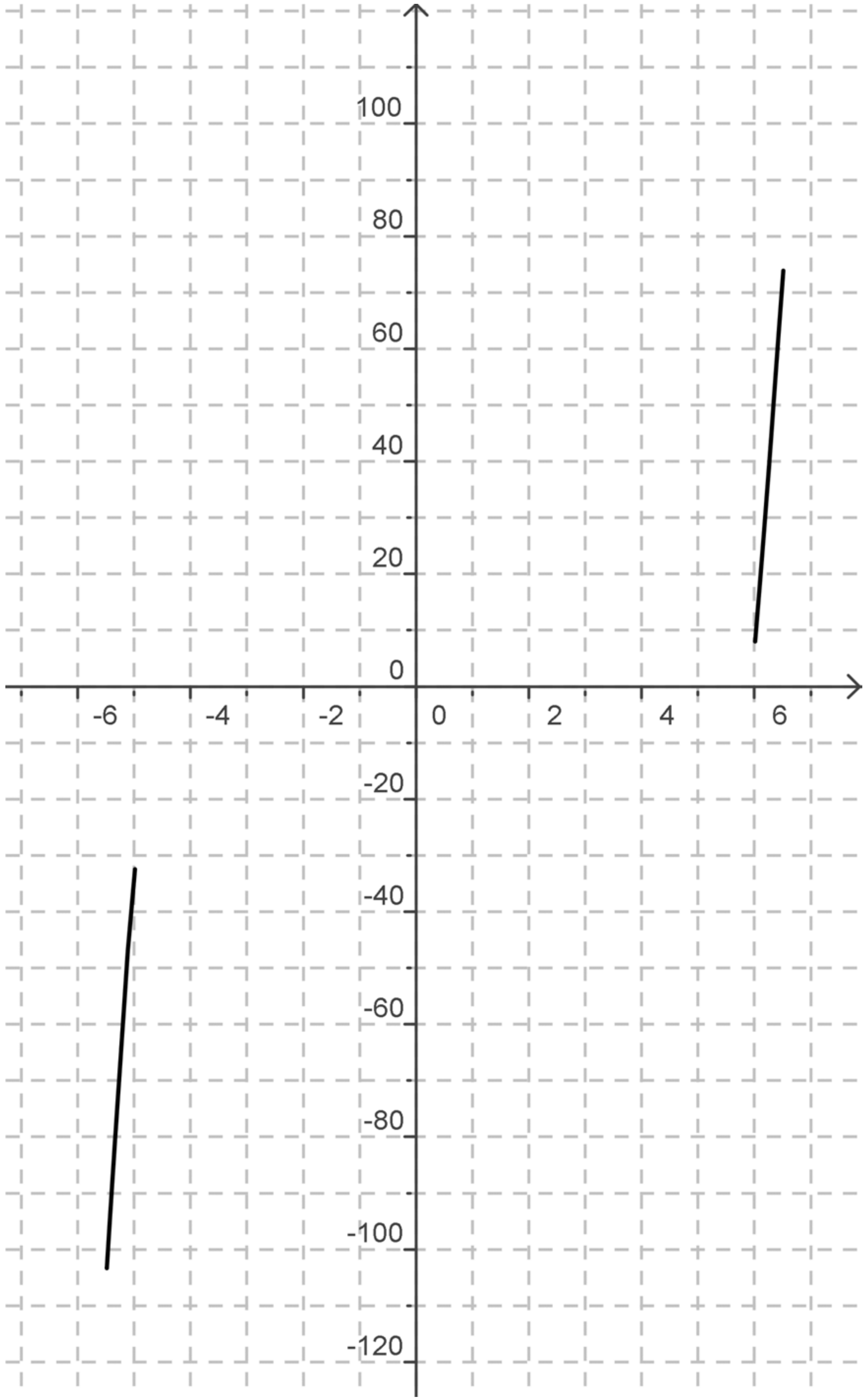
Pour la suite on admet qu'une équation de la droite (A'B)

est y = .

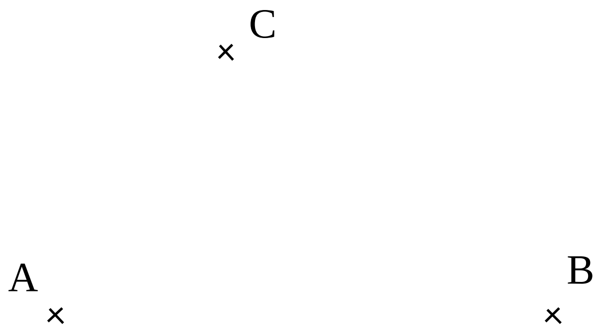
3. Déterminer « par le calcul » les coordonnées du point I, point d'intersection des droites (AB') et (A'B).

4. Démontrer que une équation de la droite (CC') est : y = 1,5 x – 5,5, puis conclure.

ANNEXE 1.



<u>Exercice 6.</u> *(6 points)*



On considère les points A, B et C ci-dessus.

1. **a.** Placer sur la feuille le point P tel que $\overrightarrow{AP} = 2\,\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\,\overrightarrow{AC}$.

b. Placer sur la feuille le point Q tel que $\overrightarrow{BQ} = -\frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC}$.

2. **a.** Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AQ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b. Montrer que les points A, P et Q sont alignés.

3. Soit I le milieu de [AC]. Montrer que $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{0}$. Que peut-on en conclure concernant les points B, P et I ?

<u>Exercice 7.</u> *(6 points)*

Sur la figure ci-dessous, on a tracé un rectangle $ABCD$ de longueur 5 cm et largeur 2 cm et deux triangles équilatéraux AEB et BCF. On admet que $AC = \sqrt{29}$ cm. Le but de l'exercice est de déterminer la longueur EF.

1. Première méthode :
   (a) Démontrer que l'angle $\widehat{EBF}$ mesure 90°.
   (b) Démontrer que les triangles ABC et EBF sont isométriques.
   (c) En déduire la longueur EF.
2. Seconde méthode :
   (a) Expliquer pourquoi E est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.
   (b) Quelle est l'image de C par cette même rotation ?
   (c) En déduire la longueur EF.