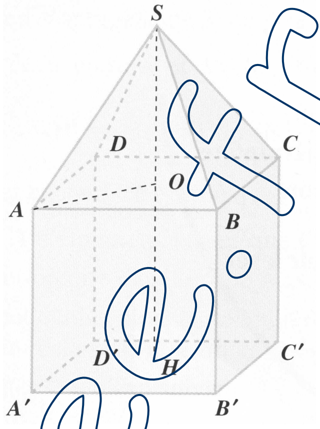
Nom :	DS 1	Classe : T^{er} GM	/20

Exercice n°1 :



Sujet de bac STI session 1999

Partie A :

Une lanterne a la forme d'une pyramide régulière, *SABCD*, à base carrée reposant sur un cube *ABCDA'B'C'D'*.

La hauteur SH de la lanterne est de 30 cm. Soit h, cm, la hauteur SO de la pyramide et x, en cm, la longueur de l'arête du cube. On admet que $0 \leq x \leq 30$.

1. Exprimer en fonction de x la hauteur h de la pyramide.
2. Exprimer en fonction de x le volume V de la lanterne.

On rappelle que le volume d'une pyramide est : $\dfrac{\textit{Surface de base} \times \textit{Hauteur}}{3}$

Partie B :

1. Soit la fonction numérique définie dans l'intervalle [0, 30] par $f(x) = \dfrac{1}{3}\left(30x^2 + 2x^3\right)$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ (1 cm représente 2 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm représente 1000 unités sur l'axe des ordonnées).
a. Calculer la dérivée $f\,'$ de f.
b. Étudier le signe de $f\,'$ et dresser le tableau de variation de f.
2. a. Reproduire et compléter le tableau suivant (donner les valeurs de $f(x)$ arrondies à la centaine près) :

x	0	5	10	15	20	25
$f(x)$						

b. Construire $\mathscr{C}$ sur l'annexe n°1.
3. Déterminer, à l'aide de la représentation graphique, la valeur de x pour laquelle $f(x) = 15\,000$.

Partie C :

La longueur de l'arête du cube est de 24 cm. Déterminer alors :
1. le volume de la lanterne
2. la hauteur h de la pyramide ;
3. la longueur SA.

Exercice n°2 :

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]\,1\,;+\infty\,[$. On donne ci-contre son tableau de variation.
De plus on admet que, pour tout x élément de $]\,1\,;+\infty\,[$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = ax + \dfrac{b}{x-1}$ où a et b sont deux nombres réels non nuls que l'on se propose de déterminer à partir des indications fournies par le tableau de variation de f.

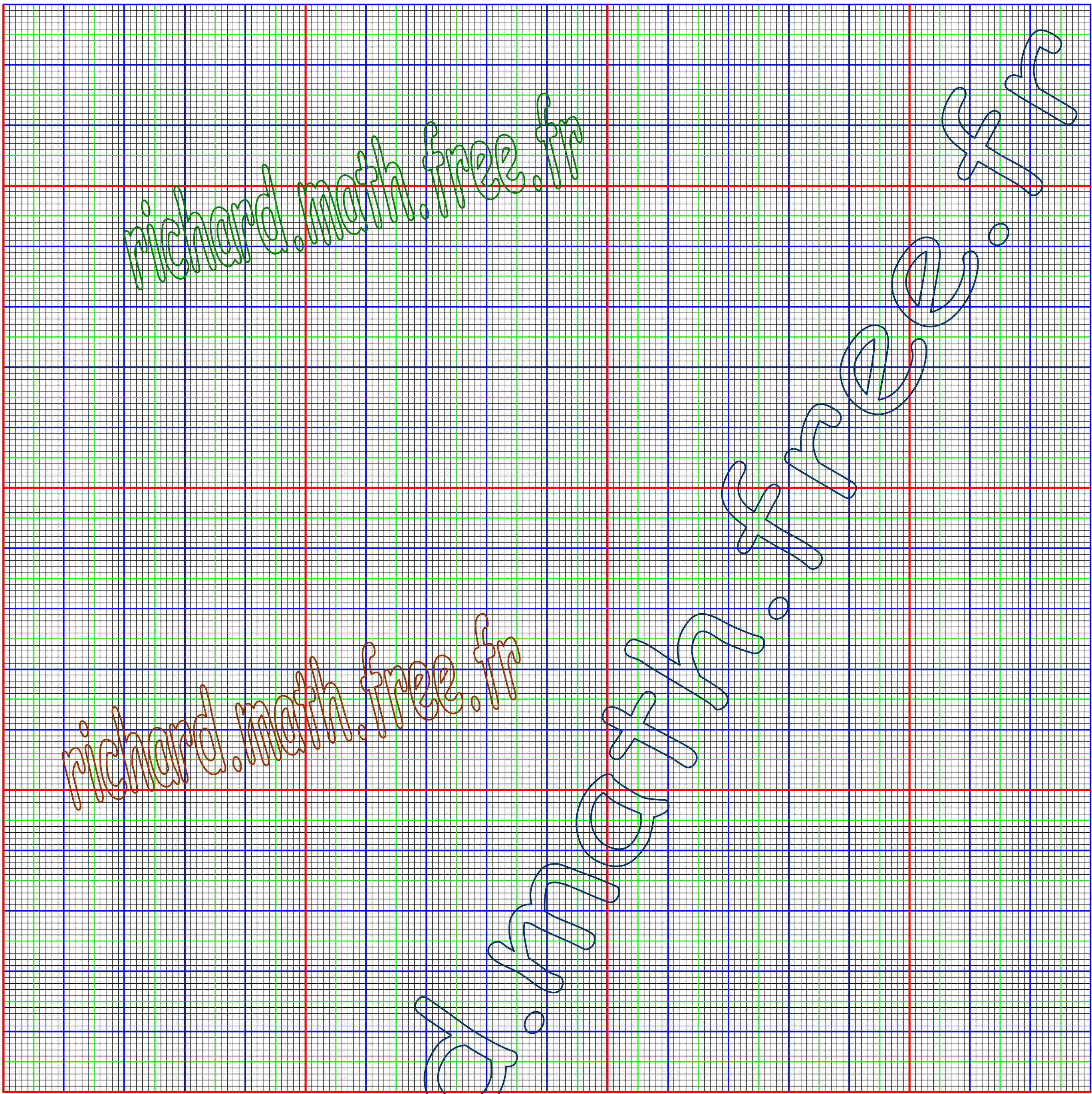
x	1		3		$+\infty$
$f\,'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖ $+\infty$	↘	2,5	↗	$+\infty$

On appelle $\mathscr{C}$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (voir annexe n°2).
1. Le tableau de variation nous fournit les coordonnées d'un point particulier A (3 ; 2,5) de $\mathscr{C}$. En déduire une relation entre les nombres réels a et b.
2. Calculer la dérivée $f\,'$ de la fonction f (on rappelle que a et b sont des constantes).Utiliser le tableau de variation pour trouver une deuxième relation entre a et b.
3. Déterminer les nombres réels a et b à partir des deux questions précédentes.

Pour la suite, on admet pour que la fonction f est définie, pour tout x de $]\,1\,;+\infty\,[$, par $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x-1}$.

4. Soit $f\,'$ la dérivée de f. Calculer $f\,'(x)$ pour tout x de $]\,1\,;+\infty\,[$.
5. Ecrire une équation de la droite T_1 tangente à $\mathscr{C}$ au point M d'abscisse 2.
6. Construire sur la courbe annexe n°2 la droite T_1.
7. Résoudre graphiquement $f(x) \leq 3$.
8. Démontrer que sur $]\,3\,;+\infty\,[$, l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution que l'on déterminera à 10^{-2} près.

Annexe n°1 :



Annexe n°2 :