

Il sera éventuellement tenu compte de la présentation et de la rédaction

**Exercice 1 :** ( 7,5 points )

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation d'inconnue  $z$  :

$$z^2 - 6z + 13 = 0$$

2. Déterminer les réels  $a, b$  et  $c$  tels que pour tout complexes  $z$  :

$$z^3 - 9z^2 + 31z - 39 = (z-3)(az^2 + bz + c)$$

3. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  ( unité : 2 cm )

Soient  $A, B, C, E$  et  $F$  les points d'affixes respectives :

$$z_A = 3 + 2i ; z_B = 3 - 2i ; z_E = \frac{5}{4} + i \frac{\sqrt{15}}{4} \text{ et } z_F = 3$$

a) Placer les points  $A, B, E$  et  $F$  dans le plan complexe.

b) Calculer les distances  $FA, FB$  et  $FE$ .

En déduire que les points  $A, B$  et  $E$  appartiennent à un cercle  $\Gamma$  de centre  $F$ .

c) Quelle est la nature du triangle  $ABE$  ? ( justifier ! )

**Exercice 2 :** ( 5,5 points )

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2}$  sur  $I = [-4 ; 4]$

1. Calculer la fonction dérivée de  $f$  .

2. Etudier le signe de  $f'(x)$  sur  $[-4 ; 4]$ .

3. En déduire le tableau de variation.

4. Déterminer l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse  $x_0 = 0$

5. Compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4
$f(x)$									

6. Tracer la courbe  $C_f$  et la tangente (T) dans un repère orthogonal  $(O, \vec{i}; \vec{j})$  en prenant comme unités : 2 cm sur  $(Ox)$  et 3 cm sur  $(Oy)$

**Exercice 3 :** ( 7 points )

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = 1 - 3x - \frac{3}{2x^2}$  sur  $\mathbb{R}^*$ .

1. a. Déterminer la limite de la fonction  $f$  en 0. Donner une interprétation graphique de ce résultat.

b. Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .

2. Calculer  $f'(x)$  et montrer que  $f'(x) = \frac{3(1-x)(1+x+x^2)}{x^3}$

3. Etudier le signe de  $f'(x)$  sur  $\mathbb{R}^*$  puis donner le tableau de variation de la fonction  $f$ .

4. Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\beta$  dans  $[-1; -0,5]$ .

A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement de  $\beta$  à  $10^{-2}$  près.

5. On nomme  $D$  la droite d'équation  $y = 1 - 3x$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . Montrer que la droite  $D$  est asymptote à la courbe  $C$  en  $+\infty$ .