

Il sera éventuellement tenu compte de la présentation et de la rédaction

Exercice 1 : Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \left(3x^2 - x + \frac{1}{8}\right) \left(2x^3 - x^2 + \frac{x}{4}\right)^3$ b) $g(x) = \frac{3x-1}{(3x^2 - 2x+6)^2}$ c) $h(t) = \cos\left(3t - \frac{\pi}{4}\right)$ d) $k(x) = \frac{2x+5}{3\sqrt{x^2+5x}}$

Exercice 2 : Fonction exponentielle :

1. Ecrire plus simplement l'expression suivante : $a(x) = \frac{e^{2x}}{e^{5x}} \times (e^{2x})^3 \times e^{-x} \times \ln \sqrt{e}$
2. Déterminer la fonction dérivée de $f(x) = e^{2x^3} + e^{-x} + \frac{1}{(e^{2x} + 1)}$
3. Déterminer une des primitives de la fonction $f(x) = x e^{x^2+3}$
4. Calculer les limites suivantes : a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 5 + \frac{e^x}{x}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5 + x e^{-x}$

Exercice 3 :

Partie A
Étude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + \frac{1}{2(e^x + 1)}$.

\mathcal{C} désigne sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. a. Démontrer que la droite \mathcal{D}_1 d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} au voisinage de $+\infty$.
b. Étudier la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à la droite \mathcal{D}_1 .
3. a. Vérifier que, pour tout réel x , $f(x) = x + \frac{1}{2} - \frac{e^x}{2(e^x + 1)}$
b. Démontrer que la droite \mathcal{D}_2 , d'équation $y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} au voisinage de $-\infty$.
c. Étudier la position de la courbe \mathcal{C} par rapport à la droite \mathcal{D}_2 .
4. Soit f' la fonction dérivée de f .
a. Déterminer $f'(x)$ puis vérifier que, pour tout réel x , $f'(x) = \frac{2e^{2x} + 3e^x + 2}{2(e^x + 1)^2}$.
b. Montrer que pour tout réel x , $f'(x) > 0$.
c. Dresser le tableau de variation de la fonction f .

Partie B
Calcul de primitive

5. a. Vérifier que $f(x) = x + \frac{e^{-x}}{2(1 + e^{-x})}$.
b. En déduire une primitive F de f sur \mathbb{R} .

Bonus : « Si vous avez tout fait et tout relu ». Tracer la courbe \mathcal{C} et les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .