Nom :	DS 2	Classe : T^{er} GM

/20

Le candidat doit traiter l'exercice et le problème.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
Dès que le sujet vous est remis assurez-vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.
Le formulaire officiel de mathématiques et la calculatrice sont autorisés.

Exercice n°1 :

Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble *I* sur lequel la fonction est définie.

a. $f(x) = 2x - 4 - \dfrac{3x}{2x+8}$ sur $I =]-4;+\infty[$

b. $f(x) = \dfrac{4x-2}{x^2-4}$ sur $I =]-\infty;-2[$

Problème :

Soit *f* une fonction définie sur $]2;+\infty[$ par $f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 6 - \dfrac{2}{x-2}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (unités : 1 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées).

1. Déterminer la limite de la fonction *f* en 2. Donner une interprétation graphique de ce résultat
« Donner une interprétation graphique revient à démontrer qu'il y a une asymptote et à donner son équation »

2. Déterminer la limite de la fonction *f* en $+\infty$.

3. Déterminer la fonction dérivée *f '* de la fonction *f* et montrer que, pour tout réel *x* de l'intervalle $]2;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{-x^2+4x}{2(x-2)^2}$

4. Etudier les variations de *f* sur $]2;+\infty[$ et dresser le tableau de variations de *f*.

5. On nomme $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y = -\dfrac{1}{2}x + 6$ dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. Justifier que la droite $\mathscr{D}$ est asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

6. Etudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à la droite $\mathscr{D}$.

7. Déterminer l'équation de la tangente $\mathscr{T}$ au point d'abscisse 6.

8. **a.** Démontrer que l'équation *f(x)* = 0 admet une unique solution α dans l'intervalle [11 ; 12].
b. A l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de α à 10^{-3} près.

9. Dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, tracer $\mathscr{T}$, $\mathscr{D}$ et $\mathscr{C}$ (utiliser un papier millimétré).

10. Déterminer l'abscisse du point *A* de la courbe $\mathscr{C}$ tel que la tangente en ce point soit parallèle à la droite $\mathscr{D}_1$ d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - 2$.

11. La droite $\mathscr{D}_1$ et la courbe $\mathscr{C}$ se coupent en deux points *B* et *C*. Déterminer les abscisses de ces deux points.

12. Existe-il des points de $\mathscr{C}$ où la tangente à $\mathscr{C}$ est parallèle à la droite $\mathscr{D}$?